

Alle Anfang ist Fortse

Wie sind Zahlen in der Vorstellung
von Kindern angeordnet?
Was wissen Lehrpersonen über diese
Vorstellungen, und wie begegnen sie ihnen?
Wir haben im Kindergarten und an der
Pädagogischen Hochschule nachgefragt.
Von Werner Jundt.

tzung

Niemand wäre so naiv zu glauben, Kinder kämen mit leeren Köpfen in die erste Klasse. Aber kennen wir auch nur annähernd all die Vorstellungen, die unsere Schülerinnen und Schüler in vorschulischen Erfahrungen konstruiert haben? Die Konzepte, die sie mitbringen und – im guten Fall – in der Schule weiterentwickeln können? Im Anfangsunterricht in Mathematik zum Beispiel. In den Lehrmitteln findet sich einiges zur Lernstandserhebung im Bereich Zahlenkenntnisse, aber wenig, was Struktur und Ordnung des Zahlenraumes angeht. Wir haben bei Kindergartenkindern¹⁾ nachgefragt und sie ihre Antworten zeichnen und kommentieren lassen.

Einige der Zeichnungen (siehe nächste Seite) haben wir angehenden Lehrpersonen der Unterstufe vorgelegt – mit der Frage: Wie können und wie sollen Lehrerinnen und Lehrer in den ersten Mathematikstunden dieser

Vielfalt an Vorstellungen begegnen? Nach angeregter Diskussion trugen die Studierenden ihre Ideen zusammen. Einige Äusserungen betrafen die Haltung der Lehrperson:

- › Keine Darstellung als falsch bezeichnen
- › Den Kindern ihre Darstellung lassen. Aber selbst die «reguläre» Darstellung verwenden

Aktive Auseinandersetzung

Vor allem aber kamen Vorschläge zu einer aktiven Auseinandersetzung mit der Situation. Diese reichten von «neutralem Begegnen» bis zu direkteren Interventionen:

- › Zu Beginn des ersten Schuljahres die Zahlenraumvorstellungen der Kinder erfassen

¹⁾ Die Namen der Kinder sind geändert.

“

Marios Lieblingszahl ist zehn. «Weil sie gross ist.» Auf die Frage «wie gross» öffnet er die Arme auf etwa 70 cm.



Lorenz ist erst vier, also noch weit weg von der Schule. Er sagt, er kenne noch keine Zahlen. Aber damit will er ausdrücken, dass er noch keine Zahlen schreiben kann. Er kennt Zahlen zum Beispiel vom Würfel. So zeichnet er die Zwei mit zwei grünen Flecken (einem grossen und einem kleinen). Als grössere Würfelzahl nennt er die Acht – und zeichnet dann acht Kreise in zwei Reihen (im Bild rechts oben). Und dann legt er los mit Zählen: «1, 2, 3, ...» und füllt das Blatt mit Kreisen, bis wir ihn bei 16 stoppen. Er möchte doch noch eine Zahl schreiben, die Fünf, ist aber mit beiden Versuchen nicht zufrieden.



Noemi ist zwei Jahre älter. Ihre Lieblingszahl ist die Zehn. Sie kennt die Null als kleinste Zahl. Zwischen 0 und 10 sind andere Zahlen, zum Beispiel 1 und 2. Es gibt auch grössere Zahlen, zum Beispiel 13. Dass Ziffern seitenverkehrt geschrieben werden, kommt in diesem Alter häufig vor. Von rechts nach links ausgerichtete Zahlenreihen finden wir fast gleich häufig wie von links nach rechts laufende; auch vertikale oder schräge Anordnungen kommen vor. Die Rangordnung der Zahlen scheint Noemi klar zu sein. Aber eine regelmässige Skala kommt noch nicht zum Ausdruck.



Sandras Lieblingszahl ist sechs. Weil sie selbst sechs ist. Wir bitten sie, die Sechs mitten aufs Blatt zu zeichnen. Die grösste Zahl, die Sandra kennt, ist 1000, die kleinste 0. Wenn sie diese Zahlen schreibt, nutzt Sandra die ganze Blattbreite aus. Zwischen 6 und 1000 ist zum Beispiel 7, zwischen 6 und 0 zum Beispiel 5. Beide Zahlen werden eng an die 6 gesetzt. Wir fragen, ob zwischen der 5 und der 6 noch Zahlen seien. «Nein», sagt Sandra, «da sind keine anderen Zahlen.»

- › Geschichten erfinden: Ich bewege mich im Zahlenland
- › Zahlen darstellen lassen und vergleichen. Dazu zwei Varianten: 1) Jedes Kind zeichnet ein Poster. 2) Zu bestimmten Zahlen oder Intervallen entsteht in der Klasse ein Poster.
- › Zahlen legen
- › In verschiedenen Zahlendarstellungen (Ziffern, Würfelaugen, Strecken) Zahlen vergleichen und der Grösse nach ordnen.

- › Sich auf Zahlenwegen bewegen
- › Zahlen auf einer Leiter anordnen

Auch die Metaebene blieb nicht unberücksichtigt:

- › Die Kinder sagen lassen, wie sie Zahlen ordnen und warum

Eine Gruppe von Studierenden äusserte die Meinung, dass dem Problem nicht a priori Be-

deutung zukäme, dass man erst bei Schwierigkeiten auf individuelle Vorstellungen eingehen sollte.

«Himmel und Hölle»

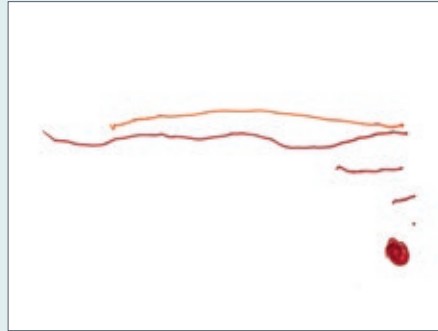
In Lehrmitteln tritt die «übliche» Zahlenanordnung ziemlich unvermittelt und ultimativ auf, zum Beispiel die Zwanzigerreihe im Zahlenbuch. Das bestätigt uns auch Johanna Wehrlin, Dozentin für Mathematikdidaktik am



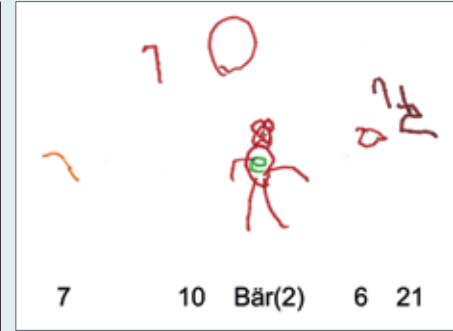
Es ist wichtig, das herauszuschälen, was den kindlichen Vorstellungen und dem «regulären» Anschauungs- und Arbeitsmittel gemeinsam ist.



Julian ist sechseinhalb. Seine Lieblingszahl ist 8. Als grössere Zahl nennt er 10, als kleinere 4. «Über 8» und «unter 8» schlägt sich bei Julian bildlich nieder. Die grösste Zahl, die er kennt, ist 100. Er schreibt sie noch weiter oben. 10 und 100 sehen gleich aus. Wir fragen nach. Julian: «Das (unten) ist 10 und das (oben) ist 100.» – «Die sehen beide gleich aus?» – «Ja, aber 100 ist weiter oben», sagt Julian. – Kommt hier der Prototyp eines Stellenwert-Denkens zum Ausdruck? Man müsste weiterfragen.

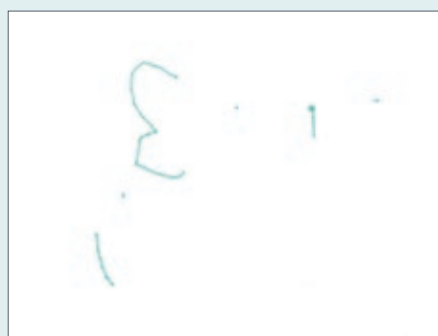


Mario ist in einem halben Jahr sechs. Seine Lieblingszahl ist 10. «Weil sie gross ist.» Auf die Frage «wie gross» öffnet er die Arme auf etwa 70 cm. Aufgefordert, das zu zeichnen, zieht er den orangen Strich. Marios grösste Zahl ist eine Million – er spreizt die Arme so weit wie er kann und zeichnet einen längeren Strich das Blatt. Die kürzeren Striche stellen die Zahlen 2 und 4 dar, was er wieder mit den Armen ausdrückt. Der Punkt, den wir zeichnen, ist für Mario keine Zahl. Dabei kennt er die Null: Das ist der Fleck zuunterst im Bild. Mario füllt auch den O aus, wenn er seinen Namen schreibt.



Jonas ist sechs. Er hat zwei Lieblingszahlen: 10 und 6. «Weil es viel ist.» 2 und 1 hat er nicht so gern. «Weil es wenig ist.» Die grösste Zahl, die Jonas kennt, ist 100. «Ich kann aber nur bis 20 zählen.» Auf die Frage, was denn nach 20 käme, zählt er aber munter weiter. Wir fordern Jonas auf, 10, 6 und 21 zu zeichnen, was er macht. Auf die Frage, ob zwischen der 6 und der 10 noch Zahlen seien, sagt er: «Ja, der Bär.» Und ob denn zum Bär eine Zahl gehöre? – «Ja: 2.» Jonas zeichnet den Bären mit der Zwei auf dem Bauch. Wir sagen: «Zum Bär gehört die Zwei. Was gehört zur Sechs?» – «Die Sieben. Die muss ich orange machen.»

IVP NMS/PH Bern. Darum sei es wichtig, das herauszuschälen, was den kindlichen Vorstellungen und dem «regulären» Anschauungs- und Arbeitsmittel gemeinsam ist. Dabei komme dem Begriffsaufbau zur Beschreibung der Zahlenordnung eine zentrale Rolle zu. Anhand folgender Fragen soll der Austausch zwischen den Kindern gezielt gefördert werden: Welche Zahl kommt bei deiner Darstellung «vorher»/«nachher»? Hast du kleine, gleichmässige, grosse Abstände? Wo ist die kleinste/grösste Zahl? Bei der letzten Frage könnte zum Beispiel, zum besseren Erkennen der Richtung, eine Karte mit Pfeil gelegt werden. Entsprechendes Vorwissen zur Anordnung der Zahlen bringen die Kinder zum Beispiel von Bewegungsspielen wie «Himmel und Hölle» mit. «Vorher» und «nachher» wie auch Abstände spielen im Alltag eine Rolle und die Übertragung auf Zahlen geschieht zum Beispiel durch Ordnen von Zahlenkärtchen. Indem Kinder die eigenen Vorstellungen von der Anordnung der Zahlen unter sich vergleichen und auch in Beziehung setzen zur Darstellung im Lehrmittel, erkennen sie gemeinsame Strukturen und bauen Brücken von ihrem Vorkonzept zur «normalen» Darstellung.



Vor diesem Hintergrund wird die Zeichnung der 4½-jährigen Ilona interessant. Sie sagt, sie könne noch keine Zahlen schreiben, zeichnet dann aber doch eine Drei (ihre Lieblingszahl) aufs Blatt und markiert die kleinste Zahl 1 und die grösste Zahl 10 mit je einem Strich. Dazwischen und auch jenseits der grössten (!) Zahl hat es weitere Zahlen – mit Punkten markiert. «Vorher», «nachher», «dazwischen» – der Anfang einer Skala.

Lernende bringen Vorstellungen mit

Was wir im Kindergarten geerntet haben und mit den Studierenden und ihrer Dozentin besprechen konnten, mag zu allgemeinen Überlegungen im Umgang mit Vorwissen anregen. Im Bereich der Zahlenraumvorstellungen von Schulanfängerinnen und Schulanfängern gibt es wenig breit abgesicherte Erkenntnisse. Hier tritt jede Lehrperson natürlicherweise in eine forschende Perspektive. Aber auf welcher Stufe und welche Inhalte auch immer wir unterrichten, die Lernenden bringen Vorstellungen von dem mit, was sie lernen sollen. Diese einzubeziehen macht den Unterricht wirksamer; denn das Anknüpfen an bestehende Konzepte stellt für das Lernen entscheidende Weichen. Es gibt in einer Lernbiografie keinen Anfang, der nicht Fortsetzung wäre von schon Vorhandenem. ■